2016年安徽省教师公开招聘考试《小学数学》真题及答案

一、填空题(本大题共 8 小题，每小题 5 分。共 40 分)

1

已知集合 A={1，m}，B={2，3}，A ∩B={2}，则 A∪B=_____。

2

a，b∈R，若 a+2i 与 2-6i(其中 i 为虚数单位)互为共轭复数，则 a+b=_____。

3

双曲线 x2/2-y2=1 的离心率是______。

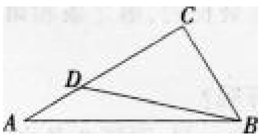
4

从 2 名男同学，2 名女同学中选两人参加体能测试，则选到的两名同学至少有一名男生的概率_________。

5

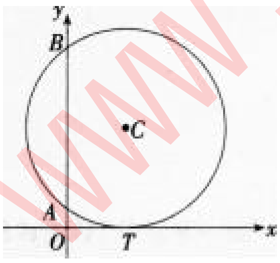
如图 Rt△ABC 中，∠ACB=90。，D 是 AC 上靠近 A 的三等分点，

若 $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BC}=24$，$|\overrightarrow{AB}|=6$，$|\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}|=$________。



6

如图，已知圆 C 与 x 轴相切于点 T(1，0)，与 y 轴正半轴交于两点 A，B(B 在 A 的上方)且 AB=2，则圆 C 在点 8 处的切线在 x 轴上的截距_________。



7

已知等差数列{an}的公差是 2，且 a1+a2+a3+…+a100=100，那么 a4+a8+a12+…+a100=

8

已知$(1+x)^{25}=a_0+a_1x+\cdots+a_{25}x^{25}$，则 $a_1+2a_2+3a_3+\cdots+25a_{25}=$________。

解答题（本大题共 5 小题，共 60 分）

9

已知向量 $\boldsymbol{a}=\{\sin x,\frac{3}{4}\}$，$\boldsymbol{b}=\{\cos x,-1\}$。

(1)当 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，求 $\tan(x-\frac{\pi}{4})$；

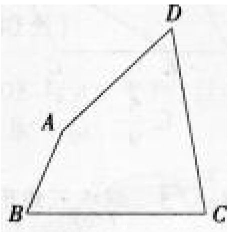
(2)设函数 $f(x)=2(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\boldsymbol{b}$，当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$时，求 $f(x)$的最小值。

10

如图，平面四边形 ABCD 中，AB=2，BC=4，CD=5，DA=3，

(1)若∠B 与∠D 互补，求 AC^2的值；

(2)求平面四边形 ABCD 面积的最大值。

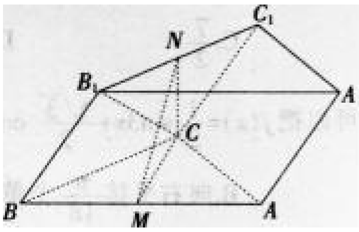


11

如图，三棱柱 ABC-A1B1C1，M，N 分别为 AB，B1C1 的中点，

(1)求证 MN∥平面 AA1C1C；

(2)若 C1C=CB1，CA=CB，平面 CC1B1B⊥平面 ABC，求证：AB⊥平面 CMN。

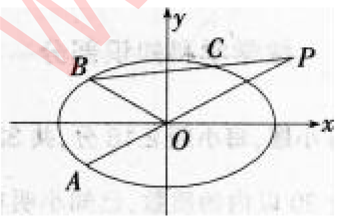


12

如图，在平面直角坐标系中，椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，A 为椭圆上一点(不与顶点重合)，点 P 满足 $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$。

(1)如果点 P 坐标为 $(2,\sqrt{2})$，求椭圆的标准方程；

(2)过点 P 的一条直线交椭圆于 B,C，$\overrightarrow{BP}=m\overrightarrow{BC}$，直线 OA，OB 斜率之积为 $-\frac{1}{2}$，求 m 的值。



13

已知函数 f(x)=√x(0<x<1)，其在点 M(t,f(t))处的切线 L，L 与 y 轴和直线 y=1 分别交于点 P，Q，点 N(0，1)。

(1)若 t=1/4 时，求直线 L 的方程；
(2)若△PQN 的面积为 b 时，点 M 恰好有两个，求 b 的取值范围。

1
{1，2，3}。解析：因为 A∩B={2}，所以 m=2，A={1，2}，A∪B={1，2，3}。
2
4。解析：因为 a+2i 与 2-bi 互为共轭复数，所以 a=2，b=2，则 a+b=4。
3
$\frac{\sqrt{6}}{2}$。解析：双曲线方程中 $a=\sqrt{2}$，$c=\sqrt{3}$，离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{2}$。
4
$\frac{5}{6}$。解析：一个男生都没有的概率为 $P=\frac{C_2^2}{C_4^2}=\frac{1}{6}$，则至少有一名男生的概率为 $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$。
5
$\frac{2\sqrt{66}}{3}$。解析：
$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BC}=(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})\cdot\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{BC}|^2+\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{BC}|^2=24$，故 $|\overrightarrow{BC}|=2\sqrt{6}$，由勾股定理可求得 $|\overrightarrow{AC}|=2\sqrt{3}$，$D$ 是 AC 上靠近 A 的三等分点，所以 $|\overrightarrow{CD}|=\frac{4\sqrt{3}}{3}$。$|\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BD}|$，由勾股定理可求 $|\overrightarrow{BD}|=\frac{2\sqrt{66}}{3}$。

6
$-1-\sqrt{2}$。解析：连接 BC，CT，设半径为 r，由于 T 为切点，所以 CT⊥x 轴，点 C 到 AB 的距离为 1，
$r=BC=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$，C 点坐标为 $(1,\sqrt{2})$，$B(0,1+\sqrt{2})$，直线 BC 的斜率为 -1，则在 B 点切线方程的斜率为 1，切线方程为 $y=x+1+\sqrt{2}$，当 $y=0$ 时，$x=-1-\sqrt{2}$，故在 x 轴上的截距为 $-1-\sqrt{2}$。
7
∵等差数列{an}的公差是 2，且 a1+a2+a3+…+a100=100=100a1+ 100×99/2 ×2， ∴a1 =-98，式子 a4+a8+a12+…+a100 中共有 25 项，首项为 a4，公差为 4×2=8． ∴a4+a8+a12+…+a100 =25（a1 +6）+ (25×24)/2 ×(4×2)=25[（a1 +6）+12×8]=25×4=100， 故选 100．
8
25×2^{24}。解析：
对 $(1+x)^{25}=a_0+a_1x+\cdots+a_{25}x^{25}$ 两边求导，有 $25(1+x)^{24}=a_1+2a_2x+\cdots+25a_{25}x^{24}$，当 $x=1$ 时，则 $a_1+2a_2+3a_3+\cdots+25a_{25}=25\times2^{24}$。
9
(1)当 $\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$ 时，有 $\frac{\sin x}{\cos x}=-\frac{3}{4}$，即 $\tan x=-\frac{3}{4}$，$\tan(x-\frac{\pi}{4})=\frac{\tan x-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan x\tan\frac{\pi}{4}}=-7$。

(2)$f(x)=2(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\boldsymbol{b}=2\sin x\cos x+2\cos^2x+\frac{1}{2}=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+\frac{3}{2}$，$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$时，$2x+\frac{\pi}{4}\in[\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}]$。$f(x)$在 $2x+\frac{\pi}{4}\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$时，即 $x\in(0,\frac{\pi}{8})$时单调递增；$f(x)$在 $2x+\frac{\pi}{4}\in(\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{4})$时，即 $x\in(\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{2})$时单调递减。$f(x)$在 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$ 时取得最小值，最小值为 $\frac{1}{2}$。
10

（1）由余弦定理，在$\triangle ABC$中，有$AC^2=20-16\cos B$，在$\triangle ADC$中，有$AC^2=34-30\cos D$，因为$\angle B$与$\angle D$互补，所以$\cos B=-\cos D$，联立解得$AC^2=\frac{572}{23}$。

（2）平面四边形$ABCD$的面积$S=\frac{1}{2}\times2\times4\sin B+\frac{1}{2}\times3\times5\sin D=4\sin B+\frac{15}{2}\sin D$，即$8\sin B+15\sin D=2S$①，由（1）可知，$20-16\cos B=34-30\cos D$，即$15\cos D-8\cos B=7$②，①式、②式两边平方相加得$-240(\cos B\cos D-\sin B\sin D)=4S^2-240$，化简有$-240\cos(B+D)=4S^2-240$。由于$\cos(B+D)\in[-1,1)$，故当$\cos(B+D)=-1$时，即$B+D=\pi$时，$S$取最大值为$2\sqrt{30}$。

11

（1）取A_1C_1中点P，连接AP,NP，

因为NP为$\triangle A_1B_1C_1$的中位线，所以$NP//A_1B_1$，$NP=\frac{1}{2}A_1B_1$，

在三棱柱中$ABC-A_1B_1C_1$，$AB//A_1B_1$，且$AB=A_1B_1$，故$NP//AB$且$NP=\frac{1}{2}AB$，

因为M为AB的中点，所以$AM=\frac{1}{2}AB$，所以$NP=AM$，且$NP//AM$，

所以四边形$AMNP$为平行四边形，所以$NM//AP$，

因为$AP\subset$平面AA_1C_1C，$NM\not\subset$平面AA_1C_1C，所以$NM//$平面AA_1C_1C。

（2）因为$CA=CB$，M为AB的中点，所以$CM\perp AB$，

因为$C_1C=CB_1$，N为C_1B_1的中点，所以$CN\perp C_1B_1$，

在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$CB//C_1B_1$，所以$CN\perp BC$，

因为平面$CC_1B_1B\perp$平面ABC，平面$CC_1B_1B\cap$平面$ABC=BC$，$CN\subset$平面CC_1B_1B，所以$CN\perp$平面ABC，

因为$AB\subset$平面ABC，所以$CN\perp AB$，因为$CM\subset$平面CMN，$CN\subset$平面CMN，$CM\cap CN=C$，

所以$AB\perp$平面CMN。

12

（1）因为A为椭圆上异于顶点的一点，点P满足$\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$，点$p$的坐标为$(2,\sqrt{2})$，故可求得$A(-1,-\frac{\sqrt{2}}{2})$，代入椭圆方程，得$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{2b^2}=1$①，因为椭圆离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以$\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$②，联立①②，解得$a^2=2,b^2=1$，所以椭圆方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$。

（2）设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$，因为$\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$，所以$P(-2x_1,-2y_1)$，因为$\overrightarrow{BP}=m\overrightarrow{BC}$，所以$(-2x_1-x_2,-2y_1-y_2)=m(x_3-x_2,y_3-y_2)$，所以得到$\begin{cases}-2x_1-x_2=m(x_3-x_2)\\-2y_1-y_2=m(y_3-y_2)\end{cases}$，化简得$\begin{cases}x_3=\frac{m-1}{m}x_2-\frac{2}{m}x_1\\y_3=\frac{m-1}{m}y_2-\frac{2}{m}y_1\end{cases}$，代入椭圆中得$\frac{(\frac{m-1}{m}x_2-\frac{2}{m}x_1)^2}{a^2}+\frac{(\frac{m-1}{m}y_2-\frac{2}{m}y_1)^2}{b^2}$，化简得$\frac{4}{m^2}(\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2})+\frac{(m-1)^2}{m^2}(\frac{x_2^2}{a^2}+\frac{y_2^2}{b^2})-\frac{4(m-1)}{m^2}(\frac{x_1x_2}{a^2}+\frac{y_1y_2}{b^2})=1$，

因为A,B在椭圆上，所以$\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1$，$\frac{x_2^2}{a^2}+\frac{y_2^2}{b^2}=1$，因为直线$OA,OB$的斜率之积为$-\frac{1}{2}$，所以$\frac{y_1}{x_1}\cdot\frac{y_2}{x_2}=-\frac{1}{2}$，联立（1）中②得到$\frac{x_1x_2}{a^2}+\frac{y_1y_2}{b^2}=0$，所以$\frac{4}{m^2}+\frac{(m-1)^2}{m^2}=1$，解得$m=\frac{5}{2}$。

13

(1)对$f(x)$求导得到$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$,其切点$M$坐标为$(t,f(t))$,有$f'(t)=\frac{1}{2\sqrt{t}}$ $f(t)=\sqrt{t}$,所以切线方程为$y-\sqrt{t}=\frac{1}{2\sqrt{t}}(x-t)$,当$t=\frac{1}{4}$时,切线方程为$y=x+\frac{1}{4}$;

(2)由切线方程可得$P(0,\frac{\sqrt{t}}{2})$,$N(0,1)$,$Q(2\sqrt{t}-t,1)$,所以$S_{\triangle PNQ}=\frac{1}{2}PN\cdot PQ=\frac{1}{2}(2\sqrt{t}-t)(1-\frac{\sqrt{t}}{2})=\sqrt{t}-t+\frac{t\sqrt{t}}{4}$。令$g(t)=\sqrt{t}-t+\frac{t\sqrt{t}}{4}$ $(0<t<1)$,则$g'(t)=\frac{3}{8}\sqrt{t}+\frac{1}{2\sqrt{t}}-1=\frac{3t-8\sqrt{t}+4}{8\sqrt{t}}=\frac{(3\sqrt{t}-2)(\sqrt{t}-2)}{8\sqrt{t}}$,由此可得,$g'(t)>0$时,即$(0,\frac{4}{9})$上为单调递增函数;$g'(t)<0$时,即$(\frac{4}{9},1)$上为单调递减函数。$g(t)$的图象如图,由于$g(0)=0$,$g(1)=\frac{1}{4}$,$g(\frac{4}{9})=\frac{8}{27}$,$\triangle PQN$的面积为$b$时点$M$恰好有两个即为$g(t)$在$(0,1)$上与$y=b$有两个交点,所以$\frac{1}{4}<b<\frac{8}{27}$。